

1. Prednáška QM

15. septembra 2011

14:49

Predstaviť sa, požiadať, aby sa predstavili oni, povedali stav štúdia, či majú Grusku. Či má niekto iné ukončenie ako skúšku.

Povedať, že to bude zväčša rozprávanie o fyzike, že skúška bude o tom, ako veci pochopili. Okrem toho sa bude bodovať aktivita na hodine počas diskusií a príprava na domáce "zamyslenia sa".

Prebehnúť sylaby s tým, že mnoho vecí možno preskočíme, alebo zoberieme z rýchlika.

Dohodnúť sa na prípadnom presunutí predmetu na neskôr.

Oznámiť, že prvé dva decembrové týždne to odpadne.

Spýtať sa ich, čo posledné robili s fyzikou, čo si pamätajú zo strednej školy, či mali niečo na výške.

- Zákon zachovania energie
- Zákon zachovania hybnosti
 - Odraz loptičky od Zeme
 - Zrážka dvoch gúľ veľmi rozdielnych hmotností
- Termodynamické zákony
 - ZZE
 - Zvyšovanie entropie
 - Perpetuum mobile prvého a druhého druhu
- Žiarenie čierneho telesa a UV katastrofa
- Atóm vodíka
- Fotoelektrický jav
- Absorpcia fotónov, spontánna a stimulovaná emisia

Popýtať sa na algebru:

- Vektor a matica
- Transponovaná matica
- Determinant matice
- Násobenie matíc a vektorov
- Vlastné čísla a vlastné vektory matice
- Skalárny súčet

Analýza

- Určité a neurčité integrály
- Komplexné čísla
- Integrál ako skalárny súčet

Úloha na zamyslenie sa: Prečo sa presadili a držia "binárne" počítače. Ako by vyzeralo IT, ak by počítače pracovali s reálnymi číslami. Čo by bolo ťažšie, čo by bolo ľahšie. Ako je to s nami, ľuďmi, pracujeme na celých, alebo reálnych číslach?

Vytlačiť:

- Sylaby
- Zoznam ľudí s fotkami

2. Prednáška QM

21. září 2011

13:45

Domáca úloha

Presnosť ako problém analógových počítačov, akceptácia chýb, korekcia chýb.

Zapisovať si aktivitu!!!

Popýtať sa na algebru:

- Vektor a matica
- Transponovaná matica
- Determinant matice
- Násobenie matic a vektorov
- Vlastné čísla a vlastné vektory matice
- Skalárny súčin

Analýza

- Určité a neurčité integrály
- Komplexné čísla
- Integrál ako skalárny súčin

Determinizmus

- Dovtedajšia fyzika bola plne deterministická
- To, že sme niečo nevedeli predpovedať bolo výsledkom našej neschopnosti, nie teórie ako takej
- Kvantová fyzika toto mení

Dvojštrbinový experiment

- Jednoštrbinový experiment
- Dve štrbiny, rozdiel oproti dvojštrbine
- Exp. realizácia s fotónmi aj elektrónmi, výsledky
- Zavedenie pravdepodobnostnej interpretácie
- Zavedenie fázy
- Spočítanie dvojštrbiny: Ak je vzdialenosť štrbín $2d$, vzdialenosť bodu merania od osi x , a vzdialenosť plátna L , tak rozdiel vzdialeností, ktoré prejde častica z jednej a z druhej strany je $\sqrt{L^2+(d+x)^2}-\sqrt{L^2+(d-x)^2}=\frac{(d+x)^2-(d-x)^2}{2L}=2dx/L$. Ak budem postupne meniť x tak, že rozdiel bude nadobúdať pol-násobky vl novej dĺžky, budem vidieť maximá aj minimá.
- Interpretácia - kadiaľ prešla častica? Bola to častica alebo vlna? Princíp superpozície.

Polarizácia svetla

- Pohľad na svetlo ako elmag vlnenie
- Kmitanie vektora elektrického poľa, časová závislosť. Vodorovná, zvislá a kruhová polarizácia.
- Jednoduchší systém ako častica v priestore či atóm vodíka, preto sa mu budeme ďalej venovať.
- Porovnanie so spinom elektrónu, podobnosti a rozdiely. Upozorniť na zmätočnú predstavivosť.

Domáca úloha

Čo by sa stalo, ak by sme namiesto dvojštrbiny použili troj, štvor, viacštrbinu? Čo ak by sme použili dvojrozmerný ekvivalent?

3. Prednáška QM

6. října 2011
10:12

Opraviť chybu vo výpočte mriežky - $2\pi d/L$, zabudli sme L^2 odmocniť, keď sme ho vyťahovali pred zátvorku

Domáca úloha

Maximá, ktoré vzniknú, budú v rovnakej vzdialenosti od seba ako pri dvojštrbine. Budú však podstatne užšie, ako pri dvojštrbine. To sa dá vyžiť na zisťovanie vlnovej dĺžky svetla (ak vieme mriežkovú konštantu), alebo na zisťovanie mriežkovej konštanty (ak vieme vlnovú dĺžku).

Zapisovať si aktivitu!!!

Matematická definícia kvantovej mechaniky

- Stav určuje, aké vlastnosti má daný systém, inak povedané, ako bude odpovedať na otázky, ktoré mu budeme klásť.
- Vývoj stavu je (postupná) zmena stavu systému bez toho, aby mu boli kladené otázky.
- Meranie je polozenie otázky systému na jeho vlastnosť. Otázka môže byť vyčerpávajúca (všetky vlastnosti), alebo len čiastočná (niektoré vlastnosti, približná otázka).

Možné stavy systému

- Stav s určitými odpoveďami na nejakú otázku
- Ich komplexné superpozície - postulát QM: **Všetky superpozície existujú** pri zachovaní normovania

Možný vývoj systému

- Zmena z jedného stavu na druhý
- Predpis musí obsahovať pravidlá pre všetky stavy
- Vzťahy medzi stavmi (rozlíšiteľnosť) musia byť zachované
- Je to reverzibilný proces (nenarastá Entropia)

Možné merania

- Každý stav má asociované meranie, ktoré ho jednoznačne odliši od iných stavov
- Postulát QM: **Merania ku všetkým stavom sú povolené**
- Ak vykonáme meranie na takom stave, že výsledok nie je jednoznačný, výsledok sa vyberie náhodne s danou pravdepodobnosťou.
- Postulát QM: **Stav po vykonaní merania zodpovedá výsledku merania, nie stavu pred meraním**
- Konzekvencia: Opakované meranie nemá zmysel, jediné úplné meranie stačí.
- Interpretácia jedného merania a opakovaných meraní na rôznych kópiách - stredné hodnoty a odchýlky (disperziu).
- Je to ireverzibilný proces (vo všeobecnosti nárast entropia, viac bude ďalšiu hodinu).

Kvantový bit

- Najjednoduchší kvantový systém
- Ľubovoľné úplné meranie má len dve možné odpovede
- Matematický zápis - dvojzložkový vektor, norma vektora, skalárny súčin.
- Všeobecný zápis vektora, prechod na Blochovu sféru
- Interpretácia spinu elektrónu - prirodzené
- Interpretácia polarizácie svetla - neprirodzené, spin 1 s orezaným priestorom.
- Vývoj kvantového bitu - rotácia - matica.
- Meranie kvantového bitu - dá sa interpretovať ako rotácia do bázy, v ktorej prebehne meranie, alebo skalárny súčin s vektorom, v smere ktorého meriam. Zapísané je ako matica, ktorej vlastné stavy sú možné výsledky merania a vlastné hodnoty "označenia" výsledkov.
- Možné len úplné merania

Viacrozmerné systémy

- Konečné spočítateľné rozmery - vektory a matice
- Nekonečné spočítateľné rozmery - nekonečné vektory a matice
- Nespočítateľné rozmery - popis polohy, hybnosti - vlnová funkcia. Skalárny súčin cez integrál. Hustoty pravdepodobnosti. Báza je definovaná premennou funkcie.
- Všetko sú to Hilbertove priestory a operácie nad nimi.

Vzťahy neurčitosti

- Žiaden stav nemôže mať určité odpovede na všetky možné merania (napr. pri qubite môže mať určitú odpoveď len na jedno meranie).
- Vzťahy neurčitosti vo všeobecnosti hovoria, že nezávislé merania dvoch veličín na ľubovoľnom stave (iných inštanciách) vykazujú istú, minimálnu nestabilitu.
- Známy je vzťah merania polohy a hybnosti - jedno meranie ovplyvní druhé, takže súčin disperzií meraní nemôže byť nulový.
- To isté sa dá zaviesť aj pre qubit :
Meranie zvislej polarizácie je $((1,0),(0,-1))$, druhá mocnina je identita. Stav $(\cos(\theta), \sin(\theta))$.
 $\langle A^2 \rangle = 1$, $\langle A \rangle^2 = (\cos^2 - \sin^2)^2$, disperzia $4\sin^2 - 4\sin^4$
Meranie vodorovnej polarizácie je $1/2((0,1),(1,0))$, druhá mocnina je identita.
 $\langle B^2 \rangle = 1$, $\langle B \rangle^2 = 1/4((\cos + \sin)^2 - (\cos - \sin)^2)^2$, disperzia $1 - 4\sin^2 + 4\sin^4$
- Alternatívny vzťah neurčitosti pre postupné meranie na jednom systéme.

Domáca úloha

Nájdite systém a (aspoň) dve prislúchajúce netriviálne merania, ku ktorým bude existovať stav, ktorý dáva bezdisperzné výsledky. Existuje vzťah medzi veľkosťou systému a počtom možných meraní?

4. Prednáška QM

13. října 2011
12:55

Domáca úloha

Potrebujeme minimálne dve merania, každé musí mať dva rôzne výsledky. Dokopy teda potrebujeme štyri výsledky, čo je štvorhladinový systém, napríklad aj dva qubity. Meranie môže byť napríklad stav prvého a druhého qubitu, ale rovnako dobre aj stav prvého qubitu a paritu qubitov.

V skutočnosti stačí aj trojrozmerný systém. Prvé meranie bude rozhodovať medzi stavmi 1 a 2-3, druhé medzi stavmi 1-2 a 3. Napríklad otázka stojíš (áno, nie) a ležiš (áno, nie), ak môžeme aj sedieť. Výsledky nie sú nezávislé, ale po vykonaní jedného merania nie je vždy možné dedukovať výsledok druhého merania. Napríklad ak som v stave "sedíš", tak z ani jedného merania sa nedá dedukovať výsledok druhého, napriek tomu, že oba výsledky sú stavom jasne dané.

V prvom prípade potrebujeme pre N meraní $2N$ rozmerný systém, v druhom prípade stačí rádovo $\ln(N)$ rozmerný systém.

Zapisovať si aktivitu!!!

Sumarizácia

- Stav = normovaný vektor bez globálnej fázy, ergo normovaný prvok v Hilbertovom priestore (priestor vektorov so skalárnym súčinom). Zaviesť Bra-ket notáciu.
- Časový vývoj = operácia na celom Hilbertovom priestore, ktorá zachováva normu a skalárny súčin. Reprezentovaná unitárnou maticou ($U^{-1}=U^*$) - vrátime sa k tomu na ďalšej hodine.
- Meranie je otázka "which way", ktorá má počet odpovedí daný rozmerom systému (počet kolmých stavov). Pravdepodobnosť namerania konkrétneho výsledku je daná skalárnym súčinom na druhú (plus komplexné združenie, korektne to definovať) s daným stavom. Stav po meraní sa mení na výsledok merania.
- Operátor merania je Hermitovský operátor ($A^T=A^*$), ktorého vlastné vektory sú stavy merania. Vlastné hodnoty reprezentujú výsledky merania (Hermitovský operátor má reálne vlastné čísla). Dá sa definovať stredná hodnota $\langle \psi | A | \psi \rangle$, čo je priemer, ktorý nám bude vychádzať z mnohých meraní.
- V skutočnosti vieme pracovať iba so strednými hodnotami operátorov, pravdepodobnostná interpretácia je len predstava, ktorej veríme a s ktorou pracujeme.

Vzťahy neurčitosti

- Žiaden stav nemôže mať určité odpovede na všetky možné merania (napr. pri qubite môže mať určitú odpoveď len na jedno meranie).
- Vzťahy neurčitosti vo všeobecnosti hovoria, že nezávislé merania dvoch veličín na ľubovoľnom stave (iných inštanciách) vykazujú istú, minimálnu nestabilitu.
- Známy je vzťah merania polohy a hybnosti - jedno meranie ovplyvní druhé, takže súčin disperzií meraní nemôže byť nulový.
- Uvedomiť si rozdiel medzi meraniami na rôznych kópiách a postupným meraním na jednej kópii.
- Matematicky zaviesť disperziu ako $\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2$, zdôvodniť kladnosť
- To isté sa dá zaviesť aj pre qubit:
Meranie zvislej polarizácie je $((1,0), (0,-1))$, druhá mocnina je identita. Stav $(\cos(\theta), \sin(\theta))$.
 $\langle A^2 \rangle = 1$, $\langle A \rangle^2 = (\cos^2 - \sin^2)^2$, disperzia $4\sin^2 - 4\sin^4$
Meranie vodorovnej polarizácie je $((0,1), (1,0))$, druhá mocnina je identita.
 $\langle B^2 \rangle = 1$, $\langle B \rangle^2 = 1/4((\cos + \sin)^2 - (\cos - \sin)^2)^2$, disperzia $1 - 4\sin^2 + 4\sin^4$
- Alternatívny vzťah neurčitosti pre postupné meranie na jednom systéme.

Zmiešaný stav

- Stav, ktorý je vlastným stavom nejakého merania je čistý stav. Je to stav, o ktorom vieme maximálnu možnú informáciu.
- Existujú stavy, ktoré nemajú asociované meranie - zmiešané stavy. Príklad polarizátora, ktorý občas prepustí aj nevhodný fotón. Dva možné pohľady na zmiešaný stav - ako na popis ansamblu stavov, alebo ako na popis konkrétneho stavu.
- Problém zápisu zmiešaného stavu do vektora - nemáme dosť parametrov. Rozšírenie zápisu do formy matice hustoty. Normovanie ako stopa matice. Podmienka pozitivity matice dáva podmienku kladnej pravdepodobnosti všetkých meraní. Skalárny súčin ako obkladanie vektorov. Skalárny súčin dvoch matíc hustoty ako stopa súčinu matíc.

- Rozklad zmiešaného stavu do pravdepodobnostnej interpretácie. Nejednoznačnosť rozkladu, fyzikálna nemožnosť zistiť pôvod stavu - odkaz na kryptografiu.
- Možnosť diagonalizácie každej matice hustoty - vhodne zvolíť bázu, aby preparátory pripravovali bázové stavy.
- Pojem maximálne zmiešaného stavu, jedinečnosť tohto stavu.
- Interpretácia zmiešaného stavu na qubite ako bodu vnútri Blochovej sféry. Parametrizácia matice hustoty, ukázať, že stačia dva stavy na poskladanie, čokoľvek sa dá zložiť z čohokoľvek iného čistého. Úplnosť procesu zmiešavania - konvexnosť množiny všetkých stavov.
- Čisté stavy ako extrémálne body množiny všetkých stavov.
- Test čistoty - stopa druhej mocniny matice hustoty.
- Miera čistoty - von Neumannova entropia stavu - $-\text{Tr}(\rho \cdot \log(\rho))$, čisté stavy majú 0, maximálne zmiešané $\log(d)$. Počítame cez vlastné hodnoty. Odkaz na Shanonovu entropiu - $-p_i \cdot \log(p_i)$.

Domáca úloha

Navrhните meranie, ktoré odlíši zmes vodorovnej a zvislej polarizácie od ich superpozície. Pomôcka - pracujte s Blochovou sférou, nie s geometrickou predstavou polarizácie.

5. Prednáška QM

13. října 2011

12:55

Domáca úloha

Meranie v smere vodorovnom alebo zvislom nič neodhalí, lebo to, čo dostávam je náhodný stav.

Meranie v šikmom smere ale odhalí, že frekvencie nebudú rovnaké pri superpozícii, ale budú rovnaké pri zmesi. Zapísať presne stavy a všeobecné meranie a ukázať rozdiely.

Zapisovať si aktivitu!!!

Zmiešaný stav

- Zápis matice hustoty ako ket-bra notácia. Maticový zápis.
- Zápis matice hustoty čistého stavu v prirodzenej a neprirodzenej báze.
- Zápis matice hustoty zmiešaného stavu cez pravdepodobnosti a ket-bra notácie. Zápis v kolmých a nekolmých stavoch. Zápis v báze postačuje.
- Nejednoznačnosť rozkladu matice hustoty, diskusia o tom, či vôbec táto notácia stačí. Neexistuje meranie, ktoré to rozlíši - fyzikálna nemožnosť zistiť pôvod stavu - odkaz na kryptografiu.
- Možnosť diagonalizácie každej matice hustoty - vhodne zvolíť bázu, aby preparátory pripravovali bázové stavy.
- Pojem maximálne zmiešaného stavu, jedinečnosť tohto stavu.
- Interpretácia zmiešaného stavu na qubite ako bodu vnútri Blochovej sféry. Parametrizácia matice hustoty, ukázať, že stačia dva stavy na poskladanie, čokoľvek sa dá zložiť z čohokoľvek iného čistého. Úplnosť procesu zmiešavania - konvexnosť množiny všetkých stavov.
- Skalárny súčin čistého a zmiešaného stavu, dvoch zmiešaných stavov.
- Čisté stavy ako extrémálne body množiny všetkých stavov.
- Test čistoty - stopa druhej mocniny matice hustoty.
- Miera čistoty - von Neumannova entropia stavu - $-\text{Tr}(\rho \cdot \log(\rho))$, čisté stavy majú 0, maximálne zmiešané $\log(d)$. Počítame cez vlastné hodnoty. Odkaz na Shannonovu entropiu - $-p_i \cdot \log(p_i)$.

Vývoj čistého stavu

- Stav na stavy, zachováva kolmost'
- Koncept merania energie a z toho vyplývajúca potreba zapísať to vo forme unitárnej matice, resp. e^{iA} .
- Konštantné vonkajšie pole - časovo nemenný Hamiltonián - operátor energie systému. Význačnosť vlastných stavov operátora (celkovej) energie - nemenia sa v čase.
- Požiadavka na postupnosť a zreťazenosť časového vývoja.
- Vývoj o infinitezimálny čas, definícia lineárneho operátora časového vývoja L .
- Dif. rovnica $d(\psi)/dt = L \cdot \psi$, jej riešenie vo forme exponenciály $\exp(Lt)$.
- Hermitovosť U dáva antihermitovosť L (z $U^\dagger U = 1$, z toho $L^\dagger + L = 0$), z toho Hermitovosť iL .
- Vloženie mínusu a \hbar trans je postulát, aby vyšli vlastné čísla dobre rozmerovo a boli kladné.

Vývoj zmiešaného stavu

- Zápis ako rozklad čistých stavov a vývoj každého stavu samostatne. Bra vyvíjam hermitovsky združenou maticou.
- Počty ukážu, že konečný zmiešaný stav nezávisí od toho, ako sme si ho rozpísali.
- $d\rho/dt = i/\hbar [H, \rho]$

Zmiešaný vývoj

- Rovnako ako pri stavoch, aj vývoj môže prebiehať pravdepodobnostne
- S istou pravdepodobnosťou prebehne istý vývoj, s inou iný. Aj čisté stavy idú na zmiešané.
- Neobrátiteľnosť takéhoto vývoja. Predstava vývoja ako deformácia Blochovej sféry do elipsoidu, plus rotácia. Prepočet na 12 parametrov.
- Požiadavka na zachovanie stavov, linearitu a úplnú pozitivitu - diskutabilná vec.
- Dôsledok neznižovania skalárneho súčinu - nezvyšovanie vzdialenosti. Dôležité z fyzikálneho hľadiska.

Domáca úloha

Navrhňte vývoj a popíšte ho cez pravdepodobnostný rozklad do unitárnych vývojov, ktorý privedie každý stav qubitu do úplnej zmesi. Aký je minimálny rozklad takéhoto vývoja, t.j. koľko minimálne unitárnych vývojov musím namiešať?

6. Prednáška QM

13. října 2011

12:55

Domáca úloha

Čo potrebujeme pre jeden konkrétny stav? Kombináciu dvoch kolmých stavov (minimálne). Teda minimálne kombináciu dvoch vývojov, ktoré produkujú kolmé stavy. Napríklad triviálny vývoj a rotácia okolo kolmej osi o π . To ale nezabezpečí zmenu stavu, okolo ktorého otáčame. Musíme teda otáčať aj okolo ďalšej osi. Argumentovať, prečo nestačí kombinácia dvoch sa dá aj tak, že potom by oné otočenie bol univerzálny NOT.

Riešenie je otáčanie okolo každej z troch osí a ničnerobenie. Priemet dvoch stavov na každú os bude presne opačný ako zvyšných dvoch, projekcia teda bude v strede. Úplná zmes.

Pre vyššie rozmerné systémy zložitejšie, nebudeme tu rozoberať.

Zapisovať si aktivitu!!!

Vývoj zmiešaného stavu

- Vrátiť sa k vývoju zmiešaného stavu a nejednoznačné rozpisy.
- Počty ukážu, že konečný zmiešaný stav nezávisí od toho, ako sme si ho rozpísali.
- $\text{Drho}/dt=i/h[H,\rho]$

Zmiešaný vývoj

- Vrátiť sa k predstave zmiešaného vývoja ako deformácie Blochovej sféry do elipsoidu, plus rotácia. Prepočet na 12 parametrov.
- Požiadavka na úplnú pozitivitu - diskutabilná vec. Rozmyslieť, čo by sa stalo, keby to neplatilo.
- Dôsledok neznižovania skalárneho súčinu - nezvyšovanie vzdialenosti. Dôležité z fyzikálneho hľadiska.

Viac kvantových systémov

- Štvorhladinový systém vs. dva dvojhladinové systémy. Spoločné vlastnosti a rozdiely.
- Stav dvoch dvojhladinových systémov z klasického pohľadu, stav štvorhladinového systému.
- Počítanie parametrov.
- Rozdelenie stavov na separabilné (tenz. súčin) a ostatné - previazané.

Previazanie a korelácia

- Definícia korelácie v klasickej fyzike, viazanosť na zmiešané stavy.
- Korelácia na čistých stavoch v kvantovej mechanike.
- Bellova báza, sila korelácie.
- Korelácia na zmiešaných stavoch v kvantovej mechanike. Problém rozdielu korelácie a previazania, zápis cez matice hustoty, rozoznanie a entanglement witnesses.
- Matica hustoty podsystemu, definícia, fyzikálna interpretácia.
- Získavanie zmiešaných stavov z čistých cez stratu podsystemu. Neodlíšiteľnosť od neznalosti preparátora a z neho vyplývajúcej matice hustoty.

Previazané a nepreviazané vývoje

- Vývoj zapisateľný na každom stave zvlášť v porovnaní s ostatnými vývoji.
- Fyzikálnosť previazaných vývojov - pre pohľad ako na viacrozmerný systém triviálne, pri pohľade na sadu qubitov vec postulácie, resp. exp. potvrdenia.

EPR paradox

- Einstein, Podolski, Rosen, 1935
- **Reálnosť:** "Postačujúca podmienka na to, aby sme fyzikálnu veličinu považovali za reálnu je to, že dokážeme jej hodnotu pre daný fyzikálny systém predpovedať bez toho, aby sme narušili tento systém". V kvantovej mechanike ale nedokážeme s istotou predpovedať hodnoty veličín reprezentovaných dvoma nekomutujúcimi operátormi. V zmysle tejto argumentácie máme teda len dve možnosti: buď nemôžu byť obe veličiny naraz "reálne", alebo opis prírody a reality pomocou vlnovej funkcie nie je úplný.
- **Lokálnosť:** Výsledok merania na jednej strane nemôže ovplyvniť výsledok merania na druhej strane - **pozor, netriviálne zanesenie teórie relativity** © Einstein do Kvantovej mechaniky.
- Majme singlet. Na prvom systéme môžeme merať čokoľvek. Ak predpokladáme, že druhý systém nekomunikuje s prvým, musí byť pripravený na akékoľvek otázky komplementárne k meraniu na prvom

systeme, čo je v rozpore s formalizmom kvantovej mechaniky.

- Príklad pre spiny uverejnil Bohm 1951 na stave singletu. Ukazuje, že ak prijmemo fakt, že systém musí byť pripravený odpovedať na každú otázku, je to v rozpore s QM.
- Bohr v roku 1935 odpovedal. Poukázal na to, že nie je možné hovoriť o tom, čo by bolo, keby.
- V zásade však zostáva dilema, či pripustíme okamžitú nelokálnu zmenu stavu pri meraní, ktorou ale nie je možné komunikovať informáciu (nie je spor s teóriou relativity, **no signaling**).

Domáca úloha

Ukážte, že pri lokálnom meraní singletu sa nemôže prenášať informácia k druhému qbitu.

Alebo - ako sa zmení singlet pri všeobecnej lokálnej operácii typu UxU?

7. Prednáška QM

13. října 2011

12:55

Domáca úloha

Vieme dostať všetky stavy, ktoré sú maximálne previazané. Vždy to bude stav vo forme $\psi_1 + \psi_2$, ktoré sú na seba kolmé a sú s rovnakou váhou.

Zapisovať si aktivitu!!!

EPR paradox

- Zopakovať argumenty, nakresliť obrázok
- **Reálnosť:** "Postačujúca podmienka na to, aby sme fyzikálnu veličinu považovali za reálnu je to, že dokážeme jej hodnotu pre daný fyzikálny systém predpovedať bez toho, aby sme narušili tento systém". V kvantovej mechanike ale nedokážeme s istotou predpovedať hodnoty veličín reprezentovaných dvoma nekomutujúcimi operátormi. V zmysle tejto argumentácie máme teda len dve možnosti: buď nemôžu byť obe veličiny naraz "reálne", alebo opis prírody a reality pomocou vlnovej funkcie nie je úplný.
- **Lokálnosť:** Výsledok merania na jednej strane nemôže ovplyvniť výsledok merania na druhej strane - **pozor, netriviálne zanesenie teórie relativity** © Einstein do Kvantovej mechaniky.
- Majme singlet. Na prvom systéme môžeme merať čokoľvek. Ak predpokladáme, že druhý systém nekomunikuje s prvým, musí byť pripravený na akékoľvek otázky komplementárne k meraniu na prvom systéme, čo je v rozpore s formalizmom kvantovej mechaniky.
- Príklad pre spiny uverejnil Bohm 1951 na stave singletu. Ukazuje, že ak prijmeme fakt, že systém musí byť pripravený odpovedať na každú otázku, je to v rozpore s QM.
- Bohr v roku 1935 odpovedal. Poukázal na to, že nie je možné hovoriť o tom, čo by bolo, keby.
- V zásade však zostáva dilema, či pripustíme okamžitú nelokálnu zmenu stavu pri meraní, ktorou ale nie je možné komunikovať informáciu (nie je spor s teóriou relativity, **no signaling**).

Bellove nerovnosti

- Bell 1964 ukázal, že sa dajú experimentálne vyvrátiť všetky lokálne teórie (keď by systém mal k dispozícii kompletnú informáciu o tom, ako majú vyzeráť výsledky všetkých možných experimentov).
- Merajme lokálne separovaný stav dvoch qubitov, pričom na každom mieste použijeme dva možné rôzne stavy merania. Každá z premenných a, b, c, d môže nadobúdať hodnoty 1 alebo -1. Potom zjavne platí: $(a + c)b + (c - a)d \equiv \pm 2$,
- Môžeme ju ustredovať a dostávame $|\langle ab \rangle + \langle bc \rangle + \langle cd \rangle - \langle da \rangle| \leq 2$.
- Vysvetliť, že čokoľvek, čo spĺňa Bellove nerovnosti, spĺňa aj požiadavky na lokálnosť a realizmus.

Kvantová mechanika

- Zoberme previazaný systém v stave singletu. Zoberme merania v jednej rovine, ktoré sú odklonené od referenčnej osi o príslušné uhly.
- Využijeme fakt, že singlet vyzerá v každej lokálnej báze rovnako, preto ustredenie súčiny výsledkov bude závisieť len od rozdielu uhlov.
- Výsledok prvého merania bude vždy náhodný. Výsledok druhého merania bude závisieť od jeho smeru. Ak bude v rovnakom smere, bude vždy opačný, ak presne v opačnom smere, bude vždy rovnaký. Ak niekde medzi, budeme merať stav $|0\rangle$, resp. $|1\rangle$ v báze $\cos(\alpha - \beta)|0\rangle + \sin(\alpha - \beta)|1\rangle$ s tým, že v jednom prípade sa obracia znamienko. Z toho dostávam $\cos^2(\alpha - \beta) - \sin^2(\alpha - \beta) = \cos 2(\alpha - \beta)$. Z toho $|\cos 2(\alpha - \beta) + \cos 2(\beta - \gamma) + \cos 2(\gamma - \delta) - \cos 2(\delta - \alpha)| \leq 2$.
- Pre posun vždy o 23,5 stupňa dáva bound $\sqrt{8}$.

Cyrilsonova nerovnosť

$$C = \langle ab \rangle + \langle bc \rangle + \langle cd \rangle - \langle da \rangle,$$

- Umocnenie na druhú pre každý operátor je jedna. Celkovo vznikne 16 členov, z toho 8 sa vymlátia a zostane 8, z nich žiaden nemôže byť viac ako 1. Výsledok teda nemôže byť viac ako 8, č sme dosiahli. Šikovní zápis $C^2 = 4 + [a, b][c, d] \leq 8$.
- Hovorí sa, že kvantovka dáva silnejšie korelácie ako klasická fyzika. Je to vec interpretácie. Ustredenie súčiny je mierou lineárnej korelácie, ale tvoríme z toho špecifický patern.
- Určite platí tvrdenie, že kvantovka môže vyrobiť typ korelácie, ktoré klasická fyzika nevie simulovať.

Experimentálne potvrdenie

- Ed Fry 1976, Alain Aspect 1982, Zeilinger 90', otvorená detection loophole (princíp maximálnej paranoje).
- Pokračujúca diskusia o free will, ktorá smeruje skôr k filozofii.

Domáca úloha

Spočítajte C pre meranie z Bellových nerovností, ak použijeme nepreviazaný stav.

9. Prednáška QM

13. října 2011

12:55

Domáca úloha

Keďže nepreviazaný stav sa dá simulovať klasickou fyzikou, C musí byť ohraničené dvojkou. Ukázať, že dvojka sa dá dosiahnuť vhodným zvolením stavu, resp. merania.

Zapisovať si aktivitu!!!

Cyrlsonova nerovnosť

$C = \langle ab \rangle + \langle bc \rangle + \langle cd \rangle - \langle da \rangle$,

- Umocnenie na druhú pre každý operátor je jedna. Celkovo vznikne 16 členov, z toho 8 sa vymláti a zostane 8, z nich žiaden nemôže byť viac ako 1. Výsledok teda nemôže byť viac ako 8, č sme dosiahli. Šikovní zápis $C^2 = 4 + [a, b][c, d] \leq 8$.
- Hovorí sa, že kvantovka dáva silnejšie korelácie ako klasická fyzika. Je to vec interpretácie. Ustrednenie súčiny je mierou lineárnej korelácie, ale tvoríme z toho špecifický patern.
- Určite platí tvrdenie, že kvantovka môže vyrobiť typ korelácie, ktoré klasická fyzika nevie simulovať.

Kvantová informácia

- Kvantová informatika je založená na abstrakcii fyzikálneho pozadia, pracuje s qubitmi.
- V zásade sa delí na dve základné časti - kvantové počítanie a kvantová komunikácia

Kvantová komunikácia

- Diskusia o tom, koľko informácie sa dá preniesť bitom (bitov, qubitov) a qubitom (bitov, qubitov).
- Presun klasickej informácie pomocou kvantových kanálov
 - Bezpečnosť, BB84 a B92
 - Efektívnosť, superhusté kódovanie, potreba previazania
- Limity bit per qubit, krát dva s previazaním (nedá sa viac ani pri vyšších systémoch, lebo monogamia previazania).
- Presun kvantovej informácie klasickým kanálom
 - Teleportácia, potreba previazania
- Viacčasticové algoritmy, distribuované počítanie a ďalšie

Kvantové počítanie

- Klasické deterministické a pravdepodobnostné počítanie - pozri FMFI prednáška 8
- Koncept kvantového počítania ako čohosi medzi tým
- Riešenie klasických problémov (klasický vstup a výstup) za pomoci kvantovej fyziky
 - QRNG
 - Deutch - Jozsa
 - Groover
 - Shor
- Semiklasické problémy (kvantové simulácie)
- Čisto kvantové problémy (subrutiny pre iné programy, akademický záujem)

Obvodový model počítania

- Spôsob zápisu kvantových algoritmov
- Koncept pamäte a procesora
- Koncept programovania - rozpis do sekvencie krokov, ktoré sa obmedzujú len na malé kúsky pamäte
- Zobrazuje unitárne operácie - na všeobecnejšie veci sa používajú tzv. hrebene
- Dôkaz, že sa to dá s obmedzeným počtom brán (Barenco), úplné sety brán, Solovay-Kitayev diskkrétne približné sety brán

Domáca úloha

Čo by sa stalo, ak by sme na teleportáciu použili nie maximálne previazaný stav?

9. Prednáška QM

13. října 2011

12:55

Domáca úloha

Ukázať na stave $\alpha|00\rangle + \beta|11\rangle$, že stav sa deformuje, resp. nedajú sa odlíšiť od seba kolmé stavy. Extrém je nepreviazaný stav, napríklad 00 , keď sa druhá strana nedokáže dozvedieť prakticky nič (aj keď nie úplne nič, podľa merania u Alici).

Zapisovať si aktivitu!!!

Kvantové počítanie

- Klasické deterministické a pravdepodobnostné počítanie
- Koncept kvantového počítania ako čohosi medzi tým
- Návrat k diskusii o sile pravdepodobnostných algoritmov a spôsobu merania ich účinnosti.
- Koncept útočníka, resp. škaredých vstupov vs. koncept naozajstnej náhodnosti.
- Riešenie klasických problémov (klasický vstup a výstup) za pomoci kvantovej fyziky
 - QRNG
 - Deutch - Jozsa
 - Grover
 - Shor
- Semiklasické problémy (kvantové simulácie)
- Čisto kvantové problémy (Klonovanie, kompresia, subrutiny atď.)

Obvodový model počítania

- Spôsob zápisu kvantových algoritmov
- Koncept pamäte a procesora
- Koncept programovania - rozpis do sekvencie krokov, ktoré sa obmedzujú len na malé kúsky pamäte
- Zobrazuje unitárne operácie - na všeobecnejšie veci sa používajú tzv. hrebene
- Dôkaz, že sa to dá s obmedzeným počtom brán (Barenco), úplné sety brán, Solovay-Kitayev diskretné približné sety brán

QRNG

- Dva možné prístupy, cez pripravuj a meraj (obe presne), alebo previaž a meraj (hocičo)
- Device independent security proofs

Deutch, Deutch-Jozsa

- Zisťujem, či je funkcia (klasická) konštantná alebo striedavá.
- Zjavne na to potrebujem merať výstup pre oba vstupy.
- Pri kvantovej verzii mi stačí zmerať len vhodnú kombináciu - čaro kladenia otázok.
- DJ je špecifické rozšírenie, je tam však dôležitý silný prísľub - v istom zmysle je to teda zasa len posun o dva, aj keď technicky o $N/2$

Grover

- Prvý silný kvantový algoritmus
- Úvaha o sile zbierania amplitúd pravdepodobností
- Vyhľadávanie v databáze, definícia toho, čo znamená nájsť prvok.
- Prepis databázy do kvantovej fyziky, prepis špecifického prvku ako Orákulum
- Operácia zmeny znamienka na hľadanom prvku a na všetkom okrem symetrického stavu. Ich prienik je malý, ale nenulový.
- Zaviesť súradnú sústavu tvorenú len dvoma nekolmými osami danými hľadaným stavom a symetrickým stavom. Ukázať, že operácie robia preklopenie stavu okolo jednej osi (symetrickej) a okolo kolmej osi od hľadaného prvku. Výsledok je pootočenie.
- Ukázať, že musíme otočiť o uhol $\pi/2$ a jedným krokom otočíme o rádovo $2/\sqrt{n}$ (lebo o dvojnásobok uhla medzi nimi).

No Cloning teorém

- Ukážka čisto kvantového problému, ktorý nemá klasický ekvivalent.
- Ukázať, že klonovanie nie je možné. Rovno zadefinovať problém, ako sa to asi dá najlepšie. Nahodiť, že

optimum nemusí viesť na čistý stav.

Kódovanie kvantového stavu do viac kópií, Komprimácia

- Predebatovať špecifickosť takýchto úloh, načrtnúť možnosti riešenia.
- Ak zostane čas a chuť, diskusia o báze.

Domáca úloha

Zapíšte pomocou kvantových obvodov program, ktorý vymení stavy dvoch qubitov. Koľko minimálne C-NOT brán na to potrebujete? Ako je to, ak bude qubitov viac a budeme ich chcieť cyklieť?

10. Prednáška QM

13. října 2011
12:55

Domáca úloha

Stačia tri C-NOT operácie, zhora dole, späť a znova späť. Ukázať, že to vydá.

Zapisovať si aktivitu!!!

Shor

- Pôvod slávy kvantového počítania
- Kvantová časť sa obmedzuje na hľadanie periódy funkcie modulo dané číslo.
- V princípe využíva princíp stacionárnej fázy, ale nie je jasné, prečo je tam až exponenciálny pokles náročnosti.
- Ďalej podľa prednášky FMFI 9a jej príloh - dôraz na kvantovú Fourierovu transformáciu.

No Cloning teorém

- Ukážka čisto kvantového problému, ktorý nemá klasický ekvivalent.
- Ukázať, že klonovanie nie je možné. Rovno zadefinovať problém, ako sa to asi dá najlepšie. Nahodiť, že optimum nemusí viesť na čistý stav.

Kódovanie kvantového stavu do viac kópií, Komprimácia

- Predebatovať špecifickosť takýchto úloh, načrtnúť možnosti riešenia.
- Ak zostane čas a chuť, diskusia o báze.

Domáca úloha

Ako by ste čo najefektívnejšie poslali bit, ak máte k dispozícii kvantový kanál, ale stratili ste informáciu o báze? Koľko na to potrebujete qubitov? Ako rastie tento počet so zvyšovaním počtu zasielaných bitov?

11. Prednáška QM

13. října 2011

12:55

Domáca úloha

Na jeden bit treba dva qubity, symetrický vs. antisymetrický stav. A antisymetrického stavu môžem ďalej čerpať informácie o báze.

Pre viac bitov to postupne bude smerovať k pomeru 1:1, ak sme ochotní akceptovať epsilonovú chybu.

Zapisovať si aktivitu!!!

Skúška

Prvý termín ďalšiu stredu písomná skúška 1 hodina, ústna 10-20 minút buď hneď, alebo po dohode v priebehu stredy a štvrtka.

Druhý termín v stredu 11.1. od 8:00 písomná skúška, ústna v priebehu dňa.

Experimentálna realizácia QIP

Fotóny

Vynikajúco vhodné na komunikáciu.

Používa sa polarizácia, zriedka existencia.

Štandardne sa používajú vlákna. Špeciálne single-mód vlákna (vysvetliť módy), klasické telekom multi-mód vlákna (nízka cena a útlm). Problém s naväzovaním na zdroje a detektory.

Jednofotónové zdroje, Poissonova štatistika, kontrola zdroja previazaním.

Jednofotónové lavínové detektory, dark count, efektivita.

Komunikácia vo voľnom priestore (na horách), komunikácia cez satelit.

Atómy

Vhodné na počítanie a ako pamäte.

Používajú sa dve vnútorné hladiny atómu ako qubit, plus hladiny na čerpanie, odčítavanie a podobne.

Relatívne stabilné, problém s efektivitou zápisu a read-out, problém s prípravou stavov v superpozícii, veľký problém s udržaním previazania.

Klasický Rubídium alebo Céziu v vákuu, plus vhodné lasery (založené na rovnakých atómoch, ako s nimi pracujeme, lebo treba vhodné spektrálne čiary). Udržanie atómov v klude cez potenciálové jamy.

SQUID- supravodivé qubity

Miniatúrne (ale makroskopické) krúžky, v ktorých tečie prúd daným smerom. Z istých dôvodov má definovanú veľkosť.

Vynikajúce na interakciu, fajn na uskladnenie, problémy so škálovateľnosťou a vonkajšími operáciami.

Kvantové bodky

Mikroskopické miesta znečistenia v polovodiči.

Dobrá škálovateľnosť a trvácnosť, zlá možnosť interakcie a zapisovania.

Bose-Einstein kondenzát

Makroskopická kopa atómov majúca spoločné vlastnosti.

Vynikajúca stabilita, vonkajšie operácie. Zlá škálovateľnosť a interakcie.

Chladienie - Dopplerovské chladienie, chladienie odparovaním.